



第7回 負債とは何か

(退職給付会計、リース会計)

会計と経営のブラッシュアップ
平成26年11月10日
山内公認会計士事務所

本レジュメは、企業会計基準及び次の各書を参考にさせていただいて作成した。(財務会計論Ⅱ 佐藤信彦外著 H23年4月中央経済社発行)
(ゼミナール現代会計入門第9版 伊藤邦雄著 H24.3日本経済新聞社発行)(財務諸表論演習セレクト 石井和人著 2010.8 中央経済社発行)
(会社法対応 会計のことが面白いほどわかる本 天野敦之著 2006.7 中経出版発行)

I. 負債とは何か

義務、債務なのか

マイナス資産か

経営資本か

純資産とともに資産をささえるものか

1. 金融負債の評価 (会計基準)

金融負債の評価については、金融商品会計基準等(意見書Ⅲ、三)において、借入金のように一般的な市場がないか、社債のように市場があっても清算するには事業上の制約があると考えられることから、債務額を貸借対照表価額とし、時価評価の対象としないこととされている。

これは負債の評価についての十分な説明となるか？

2. 株主総会における質問

質問：「長期借入金の金利が、短期借入金の金利より明らかに高いが、金利を余計に払っているのではないか？」

回答：「会社は資金の調達、運用を計画的に行っている。中長期的な安定した資金は会社の経営上欠くことはできず、バランスある調達を行っている。」

これは、株主に対して十分な回答をしたことになるのか？

本レジュメはブラッシュアップ日迄にホームページに up してあります

<http://yamauchi-cpa.net/index.html>



山内公認会計士事務所
yamauchi@cosmos.ne.jp

3. 金融商品の時価の開示

平成 20 年の金融商品会計基準の改正により、**金融商品の時価に関する事項**について、**次の注記**が必要となった。

(1) 金融商品の状況に関する事項

(2) **金融商品の時価等に関する事項**

重要性の乏しいものは省略可であり、保険契約、退職給付債務は除く

金融商品	B/S 計上額	時 価(※)	差 額
現金及び預金		(※)時価評価の説明必要	
未収入金、売掛金		//	
⋮			
買掛金、未払金		?	
長期借入金		?	
⋮			

4. 取り残された負債の時価評価

企業の正しい財政状態を示すためには、資産サイドを時価評価すると同様に、負債サイドも時価評価すべきである。

(社債の例)

- ① 社債の時価発行@97円 97億円
- ② 社債の市場価格の値下り@90円 90億円
- ③ ②-①=△7億円は利益か、正しい表示のためにはどうするか

(保険金の例)

- ① 数 10 年後に支払保険金の債務計上が必要なら、現在価値評価が必要ではないか

時価評価の対象となる資産が多い場合や、生保のように ALM(資産負債のデュレーション・マッチングを図る手法)を取る企業の場合は、負債を原価のままにしておくことは財政状態の表示に**重大なひずみ**をもたらす。

金利が変動したり、**企業の信用度が変化**した時、巨額の評価差損益が発生すると考えなければおかし。

(田中弘著 不思議の国の会計学 H16.10 税務経理協会発行)

5. 負ののれんについて

1. 正ののれんが資産の定義と合致するとして(超過収益力)、資産に計上されるなら、負ののれんは**マイナスの超過収益力**(将来損失評価義務)として負債(引当金)とすべきである。
2. 即ち、のれんの資産性の3つの要件の反面等とする。
 - ① 経済性便益の存在 (そのマイナス面での存在)
 - ② 当該企業へ帰属する (同左)
 - ③ 貨幣的測定の合理性 (同左)
3. 負ののれんは、将来の含み損失であり、正ののれんと同様に顕在化させて正ののれんのように、**B/S**に計上すべきである。具体的負債的引当金ではなく、一般的(抽象的)負債性引当金として、明確な科目を与えるべきである。
例えば、将来の潜在損失発生見込(逆超過収益力)のような科目(実務上の会社評価 H22.1)
4. 単に、次の5のように測定時の誤りや割安購入とすることは問題である。
5. 現状の負ののれんの会計処理は問題である。
 - ① 資産価値修正法 — 測定の不備から生じたと考え、取得した識別可能資産と相殺する
 - ② 即時利益法(H20 変更) — 直ちに期間収益として認識する。即ち、割安購入と見る。
 - ③ 繰延利益法(従前) — 独立した負債として認識する。
6. 負ののれんを利益と見るような考え方は誤りである。

6. 時価会計の矛盾（資産側と負債側が対応していない）

(1) 借手と貸手の評価の不一致が発生... 一致の必要はないか？

借 手	貸 手
<div style="text-align: right; margin-bottom: 5px;">百万円</div> 借入金 100	貸付金 100
(借手の業績不調)	(貸手の評価減)
借入金 100 (借手の評価 100)	貸付金 100 貸倒引当金 $\triangle 50$ <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 50 (貸手の評価 50)

(2) 通常金利との比較... 正當に評価すべきではないか？

借 手	貸 手
借入金 100 (金利 10%)	貸付金 100 (金利 10%)
通常金利 5%にて還元すると $10 \div 0.05 = 200$ ↓ 借入金 200 か	$10 \div 0.05 = 200$ ↓ 貸付金 200 か
借入金 100 (金利 2.5%)	
通常金利 2.5%にて還元すると $2.5 \div 0.05 = 50$ ↓ 借入金 50 か	$2.5 \div 0.05 = 50$ ↓ 貸付金 50 か？

(3) 時価変動時の不一致は放置すべきか

借 手		貸 手	
	百万円		
社債	100	有証	100
(時価下落)			
社債	100	有証	50
		(評価減△50)	

資産の評価の場合と比較して...

(4) 原価主義と時価主義

11. 金融商品の時価の開示

金融商品会計基準の平成 20 年改正により金融商品の時価に関する事項の注記が必要となった。

(1) 金融商品の状況に関する事項

(2) 金融商品の時価等に関する事項

重要性の乏しいものは省略可であり、又保険契約、退職給付債務は除く

金融商品の科目	B/S 計上額	時 価(※)	差 額
現金及び預金			
未収入金、売掛金			
⋮			
買掛金、未払金			
長期借入金			
⋮			

(※)時価評価の説明

Ⅱ. 退職給付引当金

退職給付とは何か？ 労働提供等に対し、後払で、退職以後に支払う一時金又は年金であり、負債として適切な期間配分が必要である

退職給付の支給方法

- └─ 退職一時金制度
- └─ 退職年金制度
 - └─ 確定給付型年金(退職給付会計基準)
 - └─ 確定拠出型年金

退職給付引当金

- └─ 内部引当
- └─ 外部積立(企業年金)

退職給付債務から年金資産を差引いた金額を引当金に計上

将来の退職給付(退職時の支給額を予測)のうち、当期の負担に属する金額を**退職給付費用**として、**退職給付引当金**に繰り入れ、残高を負債に計上する。これらは**割引計算**により測定される。

P/L (事業活動成果)	…… 事業活動における従業員活動の計算の重要性
売上高	
原 価 (従業員給付)	…… 原価のうちの人件費も同じ
売上総利益	
<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">人件費</div> (従業員給付)	…… 給料、賞与、厚生費、 <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">退職金</div> 、 <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">ストックオプション</div>
物件費	
営業利益	

(ポイント①)

退職給付会計が導入される前の会計制度では、将来支払わなければならない退職金の額（退職金の支払義務）も、従業員が働いたことによって当期に発生した費用（働きに対する当期費用）も、退職金の支払のために積立てておいたお金の額も、財務諸表にきちんと載らなかった。

- 理由 1. 会計が税法に引きずられすぎている
 2. 当時は税効果会計の制度がなく、企業も有税処理を避けようとしていた
 （税効果会計なら企業は税務を気にせず税引後損益を計上できる）

(ポイント②)

(1)と(2)を、両方把握して別のこととして正しく処理する。

(1) 退職金に関する支払・・・退職給付引当金

1. 退職金の支払
2. 掛金の支払
3. 要するにお金の動き

(2) 退職費用の発生・・・退職給付費用

1. 従業員の働き
2. 要するに費用の発生

(3) 上記の(1)(2)を構成要素として注記によって開示される

(ポイント③)

退職給付費用は、退職金に関して発生した費用で、次の6つの要素がある。

(1) 勤務費用

勤務期間に発生した費用の額を一定の割引率、残存期間に基づき割当てる

(2) 会計基準変更時差異

退職給付会計制度の変更によって生じたもの

(3) 過去勤務債務

退職金に関する社内規定の改訂により発生した予測違い

(4) 数理計算上の差異

年金の運用が予想通りに行かないために発生した不足分

(5) 利息費用

期首の退職給付債務に割引率を乗じて計算する

(6) 期待運用収益

期首の年金資産の額について合理的に予測される期待運用収益率を乗じて計算する

2. 企業年金制度

従業員の退職後に、一定期間または生涯にわたって一定の金額を分割して年金として支給する制度である。

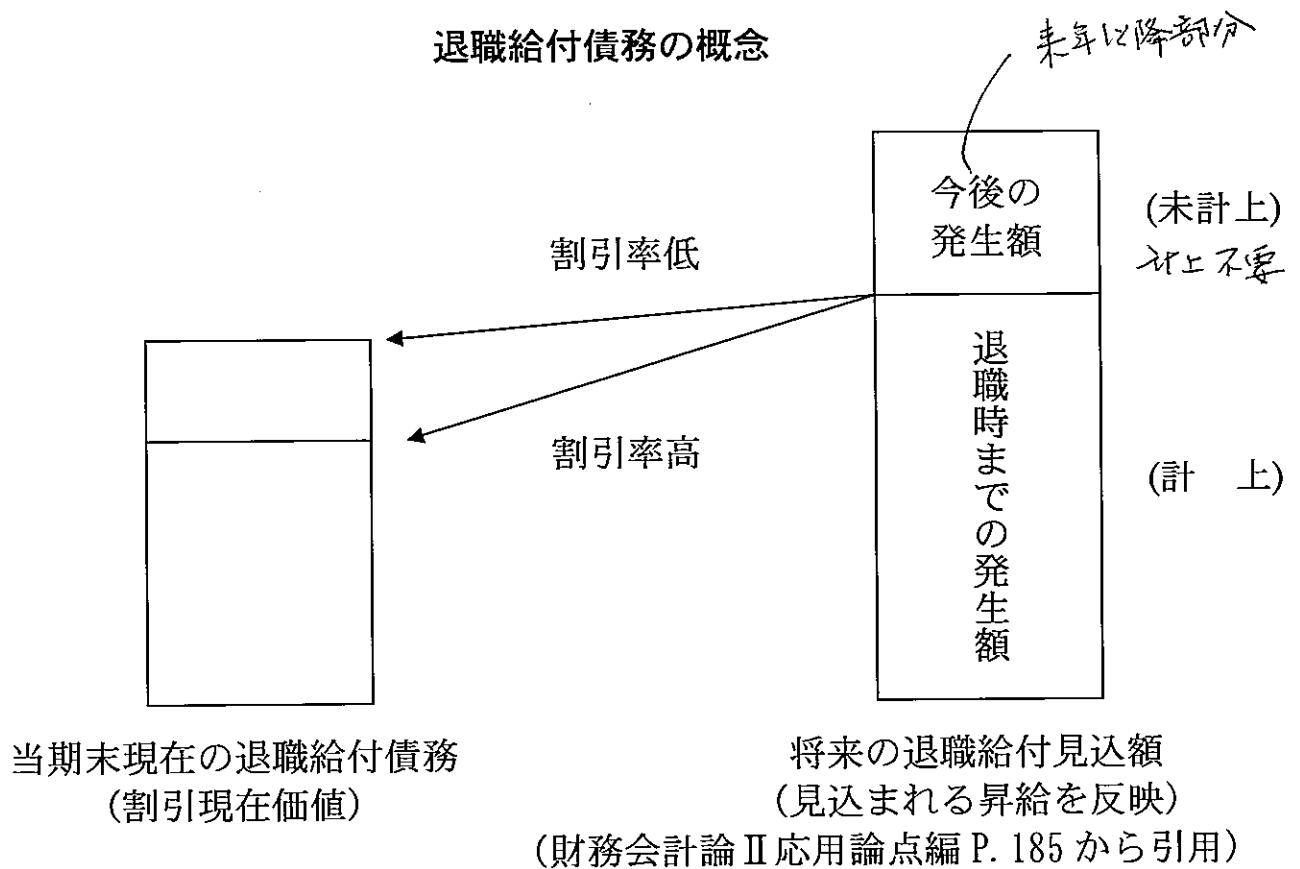
(1) 退職一時金と企業年金

これらの計算に当って、時価 (公正価値) 評価の考え方を導入している。退職給付債務 (年金負債) の算定には将来の現在価値を、年金資産 (積立資産) については現時点の評価を採用している。

(2) 年金制度のメカニズム

年金資産と年金負債の差額が退職給付引当金 (年金債務) として B/S に計上され、年間の発生分 (年金負債の増加分) が退職給付費用として P/L に計上される。

上記により、退職給付債務と年金資産を包括して退職給付引当金としてとらえることとなった。



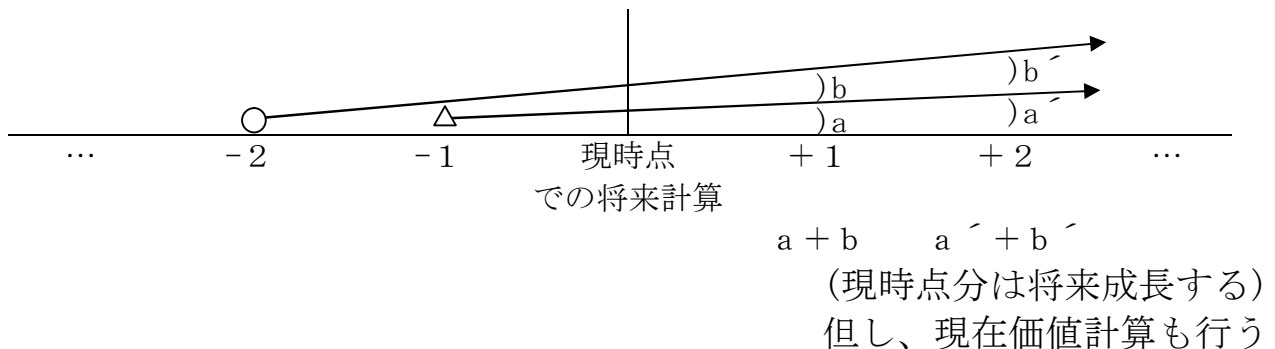
4. 年金負債・年金資産の測定

(1) ネットとしての退職給付引当金(年金債務)

年金債務とは、年金資産と年金負債の差額、ネットの積立不足分である。

(2) 退職給付債務の測定

- ① 従業員の退職以後に支給される給付(退職給付)の各年度における年金給付額を見積もる。
 - ② ①のうち、退職時点の現在価値で退職給付見込み額を計算する。
 - ③ ②を集計して計算時点(貸借対照表日)の退職給付債務とする。
- ①～③の計算に当っては、将来の計算については退職率や死亡率や将来の**確実な昇給額**を考慮に入れる。従って、まだ受給権を有していない従業員についても、既に勤務した期間において**退職給付見込み額**が発生しているととらえ、計算に含めなければならない。



昇給率、倍率の成長 (退職時)	／ 確率による
現在までの勤務年数	／ 現実
将来計算	／ 割引

(3) 年金資産の測定

企業年金制度により積立てられた年金資産は期末時点における**公正な評価額、時価**により評価する。

即ち、年金資産を構成する株式や債券などの市場が成立している場合には、そこで形成された価格が公正な評価額として考えられる。

(4) 遅延項目

過去勤務債務
数理計算上の差異

退職給付引当金 (B/S 計上の負債)

= (2)退職給付債務 - (3)年金資産の額 ± (4)遅延項目の未認識(計上)額

設例(1) 退職給付費用 (A)、引当金 (B) の計算

- ① 期首退職給付債務は 1,380,000 千円、期首年金資産は 540,000 千円である。なお、期首において差異は一切生じていない。
- ② 当期における退職年金基金への拠出額は 70,000 千円、退職年金基金からの従業員への支払額は 58,000 千円である。
- ③ 当期の勤務費用は、127,000 千円である。
- ④ 退職給付債務計算の割引率は年 4%、年金資産の期待運用収益率は年 2.5% である。
- ⑤ 当期において、過去勤務債務が 23,000 千円 (借方差異) 発生し、当期より平均残存勤務期間を 10 年として均等額を償却する。
- ⑥ 当期において、年金資産に係る数理計算上の差異が 5,000 千円 (貸方差異) 発生し、当期より平均残存勤務期間を 10 年として均等額を償却する
(公認会計士試験短答式対策、資格の大原簿記 2011 年版 44 頁から 2011 年 2 月東洋書店発行)

設例(2) 従業員 A に対する当期の退職給付費用

- ① 当期は平成 24 年 3 月 31 日、従業員 A は、平成 25 年 3 月 31 日に退職予定である。
- ② 従業員 A の入社は、平成 20 年 4 月 1 日である。
- ③ 従業員 A の退職時の退職給付見込額は 308,700 円である。
- ④ 当期に退職金規定の改定があり、退職時に支給される金額が 25% 減少することになった。
- ⑤ 割引率は年 5% であり、期間定額基準に基づき退職給付債務を算定している。
- ⑥ 過去勤務費用は 10 年間で償却すること。(同上 45 頁から)

設例(3) 期首における X 氏の退職給付引当金

- ① 当期は平成 23 年 1 月 1 日から平成 23 年 12 月 31 日である。
- ② 当社は、当年度初めに退職年金制度を導入した。X 氏は 55 歳で入社し当期首時点で 60 歳、これまでの勤務期間は 5 年であり、当年度末直前に 61 歳になる。
- ③ 当年度の X 氏の年間給与は 5,000,000 円で 65 歳の定年まで 1,000,000 円ずつ昇給するものとする。また、退職年金は、退職時の年俸の 3% の勤続年数分を 66 歳から 10 年間にわたり受け取るものである。
- ④ X 氏は、期末直前に誕生日を迎える。
- ⑤ 割引率は年 5% とし、利率年 5% の 10 年間の年金現価係数は 7.7217 とする。
- ⑥ 問題文から把握できる事項以外は考慮しないこと。(同上 43 頁から)

設例(2)の解答

① 当期退職給付費用 (H24.3 退職給付費用の発生)

円

退職給付費用	67,200	/	退職給付引当金	67,200
(勤務費用 $67,200 \div 1.05^1 = 64,000$ 利息費用 $168,000 \times 0.05 = 8,400$ の合計 67,200)				
H24.3.31 期	$308,700 \div 5 \text{年} \times 4 \text{年} \div 1.05^1 =$		235,200	
H23.3.31 期	$308,700 \div 5 \text{年} \times 3 \text{年} \div 1.05^2 =$		168,000	
	差引		<u>67,200</u>	

退職給付費用 (過去勤務費用の発生と償却)

② 退職給付引当金	58,800	/	過去勤務費用(仮受)	58,800
③ 過去勤務費用(仮受)	5,880	/	退職給付費用	5,880

規定改定による過去勤務費用の計算 (H24.3.31 期)

規定改定後退職債務残高	$308,700 \times 75\% \div 5 \text{年} \times 4 \text{年} \div 1.05^1 =$	176,400
規定改定前退職債務残高	$308,700 \div 5 \text{年} \times 4 \text{年} \div 1.05^1 =$	235,200
	差引過去勤務費用	<u>$\Delta 58,800$</u>
過去勤務費用の償却	$\Delta 58,800 \div 10 \text{年} = \Delta 5,880$	

$$\text{①} - \text{③} = 61,320$$

設例(3)の解答

円

	H23.12	5,000,000	(61 才)
	H24.12	6,000,000	(62 才)
	H25.12	7,000,000	(63 才)
	H26.12	8,000,000	(64 才)
①退職時の年報	H27.12	9,000,000	(65 才)

②当年度末 (H23.12) までに発生した退職年金

$9,000,000 \times 3\% \times 5 \text{年 (既勤務期間)}$	=	1,350,000	(a)
		↓	
65 才における割引現在価値 (a) $\times 7.7217$	=	10,424,295	(b)
		↓	
現在価値計算 (b) $\div 1.05^5$	=	<u>8,167,708</u>	

Ⅲ. ストック・オプションの会計

(1) ストック・オプション

上場企業の50%弱が制度を導入している。

会社の役職員対し、報酬として付与する新株引受権である。これにより、あらかじめ決められた価格で株式を購入できるため、自社の株価が上昇すれば権利行使及び売却により、より多くの利益を得ることができ、業績向上に対してモチベーションが向上する。

1人当りの数千万円のキャピタル・ゲインを得た例もまれではない。

(2) 方法とメリット

新株引受権方式（金庫株、又は新株発行による。）

付与されたストック・オプションは他人に譲渡できない。

自己株取得の弾力化と株式の需給バランス。インセンティブシステムとして有効。

(3) 会計処理

ストック・オプションの数は1個、付与決議日は2010.10.1、無償、権利確定日は2011.9.30、公正価格は1,000円。

(1) 付与決議日（2010.10.1）

対価が発生しないため会計処理は行われない。

(2) 決算期末（2011.3.31）

株式報酬費用	500	／	新株予約権	500
--------	-----	---	-------	-----

(3) 権利確定日（2011.9.30）

株式報酬費用	500	／	新株予約権	500
--------	-----	---	-------	-----

新株予約権	1,000		資本金	1,000
-------	-------	--	-----	-------

(4) 権利が放棄された場合（2011.9.30）

新株予約権	1,000	／	新株予約権戻入益	1,000
-------	-------	---	----------	-------

IV. リース会計

1. リース取引の定義と分類

(1) オペレーティング・リース取引—通常の賃貸借に準じて会計処理を行う

①重要性が乏しいもの ②リース期間が1年以内のもの

③1件当たりのリース料総額が300万円以下のファイナンスリース取引

ファイナンスリース取引(2)、(3)とは、

リース契約に基づくリース期間の途中において当該契約を解除することができないリース取引又はこれに準ずるリース取引で、借手が当該契約に基づき使用する物件（リース物件）からもたらされる経済的利益を実質的に享受することができ、かつ、使用に伴うコストを実質的に負担することになる取引をいう。なお、実質的な負担の判断基準としては①現在価値基準(90%基準)と②経済的耐用年数基準(75%基準)がある。

(2) 所有権移転外ファイナンス・リース取引

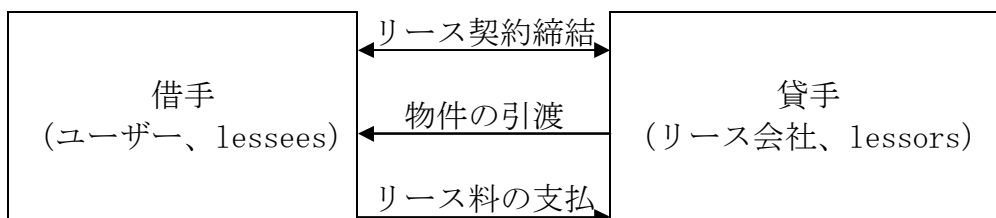
通常の売買取引に準じて会計処理を行う(次頁(2)①、②に当るもの)

(B/S計上額、耐用年数、残存価額が(3)と異なる)

(3) 所有権移転ファイナンス・リース取引

通常の売買取引により会計処理を行う

ファイナンス・リース取引とは、フルペイアウト（経済的実質の観点から、リスクと経済価値の実質的移転に注目する）、即ち資産の所有に伴うリスクと経済価値が実質的にすべて移転するリースをいう。



(使用収益する権利)

B/Sにリース資産、債務を計上
 経済的実質、解約不能
 法実質 (legal substance)
 すべてのコストの実質負担
 及び資産に対する支配権

(法的所有権)

B/Sにリース資産計上

2. リース取引に関する会計基準

(1) 設 定(平成5年6月17日 企業会計審議会 改正平成19年3月30日 ASBJ)

リース取引に係る会計処理を定めることを目的とする。

(2) リース取引

特定の物件の所有者たる貸手(レッサー)が、当該物件の借手(レシー)に対し、合意された期間(以下「リース期間」という。)にわたりこれを使用収益する権利を与え、借手は、合意された使用料(以下「リース料」という。)を貸手に支払う取引をいう。

(3) ファイナンス・リース取引

リース契約に基づくリース期間の中途において当該契約を解除することができないリース取引又はこれに準ずるリース取引で、借手が、当該契約に基づき使用する物件(以下「リース物件」という。)からもたらされる経済的利益を実質的に享受することができ、かつ、当該リース物件の使用に伴って生じるコストを実質的に負担することとなるリース取引をいう。なお、これに準ずるリース取引とは、法的形式上は解約可能であるとしても、解約に際し相当の違約金を支払わなければならない等の理由から事実上解約不能と認められるリース取引をいう。

(4) 「当該契約に基づき使用する物件からもたらされる経済的利益を実質的に享受する」とは、当該リース物件を自己所有するとするならば得られると期待されるほとんどすべての経済的利益を享受することをいう。

(5) 「当該リース物件の使用に伴って生じるコストを実質的に負担する」とは、当該リース物件の取得価額相当額、維持管理等の費用、陳腐化によるリスク等のほとんどすべてのコストを負担することをいう。

(6) オペレーティング・リース取引

ファイナンス・リース取引以外のリース取引をいう。

(7) リース取引開始日

借手が、リース物件を使用収益する権利を行使することができることとなった日をいう。

(8) 所有権移転ファイナンス・リース取引

ファイナンス・リース取引のうち、リース契約上の諸条件に照らしてリース物件の所有権が借手に移転すると認められるリース取引をいう。

(9) 所有権移転外ファイナンス・リース取引

ファイナンス・リース取引のうち、リース契約上の諸条件に照らしてリース物件の所有権が借手に移転すると認められるリース取引以外のリース取引をいう。

3. リース会計基準が適用される会社

- (1) 上場会社並びにその子会社及び関連会社、CP などの有価証券発行会社、株主数が 500 以上の会社などの金融商品取引法の適用を受ける会社など
- (2) 会計監査人を設置する会社及びその子会社
- (3) (1)、(2) 以外の中小企業については、通常の賃貸借取引に準じて会計処理を行うこともできる。この場合には、未経過リース料を注記することになっている。

4. 税務におけるリース取引

- (1) 会計基準でいう所有権移転外ファイナンスリース取引を意味し、判定基準としてはおおむね 90% 基準による。75% 基準はない。
- (2) 税務上のリース資産の償却方法はリース期間定額法のみを認めている。
(会計上は、定額法、級数法、生産高比例法等も経済実態から選択可能である。)
- (3) 消費税法上は、原則としてリース資産の引渡しを受けた日の課税期間に仕入控除(一括)を行う。

第6回 顧客にとっての価値は何か？

⑦⑧⑨ (事業の目標)

(微分：すべては変化している)

会計と経営のブラッシュアップ
平成 26 年 11 月 10 日
山内公認会計士事務所

1. 事業の目標(現代の経営第7章から要約)

「唯一の正しい目標」というものは存在しない。賢者の石の探究は空しいだけでなく、有害である。

今日の利益のために明日の利益を犠牲にし、最も売り易い製品に力を入れ、明日の市場のための製品をないがしろにする。研究開発、販売促進、設備投資を避け企業を衰退させる。

いかなる事業においても、仕事と成果に対して目標を設定すべき領域は8つある。

- (1) マーケティング (具体的領域)
- (2) イノベーション (")
- (3) 生産性 (")
- (4) 資源と資金 (")
- (5) 利益 (")
- (6) 経営管理者の仕事ぶりとその育成 (抽象的領域)
- (7) 一般従業員の仕事ぶりと行動 (")
- (8) 社会的責任 (")

(6)、(7)、(8)抽象的な領域は、(1)～(5)という具体的な領域を実現するものである。抽象的な領域は、定量化できないが、必ず企業経営において考慮、具体化しなければならない。

これらの目標を実りあるものにする方法は、何を評価測定するか、最も重要な一つの評価基準とは何かを決定することである。

顧客にとって変化しない価値を追求する。(ウォルマート)
プリンシプル(原則) — スタンダード(基準) — リーダーシップ(責任)

(マネジメント・エッセンシャル版 73~75、113~114、124~125、128~137頁)

仕事は、成果を中心に考える。 *成果のないものは排除する。(ハックマン)*

○リーダー的地位にあるものは、プロフェッショナルの倫理を要求されている。マネジャーは、成功を約束することはできない、最善をつくすことしかできない。2500年前ギリシアの名医ピポクラテスは、「知りながら害をなすな」と言った。それはマネジャーや専門家の最低限の心構えである。

○プロたる者は、顧客によって、支配、監督、指揮されてはならない。

理由もなく、他に支配されないことがプロの条件である。

責任の認識は仕事のピリオッドである。そこに踏み止まって自らの仕事に立向かうことができる。そして、自らのアウトプットを他の者のインプットにするには、他の者の気持が解らなければならない。

○マネジャーとは、「組織の成果に責任を持つ者」である。マネジャーを見分ける基準は、命令する権限ではない。貢献する責任である。責任がマネジャーを見分ける基準である。

○専門家にはマネジャーが必要である。彼らは理解してもらってこそ仕事ができる。自らの知識と能力を全体の成果に結びつけることこそ、専門家の最大の問題である。自らのアウトプットが他の者のインプットにならない限り、成果はあがらない。

○マネージャーの仕事(全体の仕事の成果)

(1) 投入した資源の総和よりも大きなものを生み出す。

(2) 直ちに必要とされているものと、将来必要とされているものを調和させる。

○最大の貢献(インド総督府の優れた行政能力)

○四つの阻害原因

①技能の分化 ②組織の階級化 ③階層の分離 ④報酬の意味づけ

リンカーンの話、ハックマンの話

13 The spirit of an organization

7-5

作成日

作成者

1. It is the purpose of an organization to "make common men do uncommon things."
2. It requires constant improvement of the competence and performance of the whole group; yesterday's good performance must become today's minimum, yesterday's excellence today's commonplace.
3. It's the abilities, not the disabilities, that count.
Important
主要な点

1. I shall never forget the university president who once told me:
It is my job to make it possible for the first-rate teacher to teach. ... very few of the really good teachers do either.
2. The focus must be on strengths.
3. What is necessary to produce the proper spirit in management must therefore be morality. It can only be emphasis on strength, stress on integrity, and high standards of justice and conduct.
4. Practice, not Preachment ^{only telling}
Morality does not mean preachment
5. Management therefore needs concrete, tangible, clear practices.

1. Nobody learns except by making mistakes. The better a man the most mistakes will be make — if the more new things he will try. I would never promote a man into a top-level job who has not made mistakes.

2. Appraisals must be based on performance. Appraisal is judgment; and judgment always requires a definite standard.

3. But the greatest mistake is to try to build on weakness

4. You can't get rich, (but) you won't get fined.

dismissal, layoff, discharge

解雇、退職、降格、解任、解任、降格、降格、降格、降格

If one can "get fined" for poor performance, one must also be able to "get rich" for extraordinary performance.

5. One cannot buy loyalty; one can only earn it.

意匠決定 the Decision making - Vail

作成日
作成者

7-7-2

1. Vail saw early that a telephone system had to do something distinct and different to remain in private ownership --- four strategic decisions

(1) our business is service, the business of the Bell Telephone Company must be anticipation and satisfaction of the service requirement of the public

(2) 固有の代りの唯一の方案として、顧客のニーズの迅速な対応を考えた。伝言の効率の向上を目的として、伝言の設備を整備(伝言機を導入)した。

(3) Vail's third decision led to the establishment of one of the most successful scientific laboratories in industry. without competition such a monopoly would rapidly become rigid and incapable of growth and change. Vail concluded, one can organize the future to compete with the present

(4) Finally, toward the end of his career, Vail invented the mass capital market

2. 1990年代 AT&Tはコネチカット州に本社を置く官公庁に買収された。
その後は、124-2000に付いては、AT&Tの加入者が6,100万人
一方AT&Tの加入者は2,200万人にすぎない

the Decision making - Sloan

作成日
作成者

7-7-3

- 1 The big business, Sloan saw, needs unity of direction and central control.
It needs its own top management with real powers.
- 2 But it equally needs energy, enthusiasm, and strength in operations
- 3 この点に対し スローンは、この問題を新しい組織構造によって解決するべき組織の構築と見做した。
そして、彼が構築した新しい組織構造は、事業運営における地方自治と方向や方針における中央統制のバランスをとりすぎた組織であった。

The elements of the decision process

作成日

作成者

2-7-4

- 1 The clear realization, the problem was generic, so the decision established a rule, a principle
- 2 The decision is the "boundary condition", answer the problem has to satisfy it.
- 3 The thinking through what is "right"
- 4 The building into the decision of the action to carry it out
- 5 feed back

(現代の経営 第14章 CEOと取締役会)

- CEO（最高責任者）の仕事とは何か。いくつあるか。41の仕事。
(A business needs a control governing organ and a control organ of review and appraisal)
- CEOの仕事の優先順位はどのように決めるか。目の緊急事項と重要な長期的な課題。CEOの仕事とは何か。
(this systematic organization of the job)
- CEOにとって、いかなる活動が最も重要か。どれだけ時間をキープすべきか。
(what activities come first?)
- トップマネジメントの仕事は1人の仕事として組み立てることは不可能であり、チームの仕事として組み立てる。チームの責任の所在。
(the job of a team of several men acting together)
- トップの報酬と上位2〜3人の報酬の差。75%以上か。ゴーンさんの場合。
(a salary several times)
- 取締役会があるべき姿と役割。誰かが…。
(somebody has to…)

支店長の役割 → (職能) → 顧客
の能力UP

(トップマネジメント を構成する2つの構図)

① 実行 CEO
統治のための構図

② 評価と善悪
取締役会

(カンパンス)

実践・実行

監視・対応

○ 昔の「ホト」は「ホト」に「ホト」があるという
いふ組織と云ふと、その「ホト」を「ホト」を「ホト」
倍したものと云ふことが「ホト」-----

○ CEOの給与は、徹底的に検討し始めて混乱を免れ、
優先順位を体系的に決めることにより、重要なことに
時間と労力を集中し浪費し、重要なことを疎かにして
しまうことを避けられる。

○ いかに「ホト」の「ホト」が「ホト」、
「ホト」の「ホト」を「ホト」

○ 人間的に距離を置く

○ 顧客企業の「ホト」の長し悪しを見る目（成功したB社の「ホト」
企業「ホト」の報酬と No2. No3の報酬の比率
企業「ホト」100 - No2~No3 90%~75%
数倍という「ホト」の「ホト」。

○ 「ホト」による「ホト」
CEO「ホト」の「ホト」

○ 取締役会「ホト」の「ホト」
取締役会「ホト」の「ホト」の「ホト」の「ホト」の「ホト」
企業「ホト」の「ホト」の「ホト」の「ホト」の「ホト」

14. Chief Executive and Board

7-10

作成日

作成者

1. The bottleneck is at the head of the bottle.
No business is likely to be better than its top management,
2. A business needs a central governing organ and a central organ of review and appraisal.
3. One of the company president asked the question,
"Tell me how many heads and hand does this president of yours have?"
4. How disorganized is the CEO job.
There is no job that needs to be organized as carefully and as systematically as that of the chief executive.

1. The fallacy of the one-man chief executive.

2. In the end — after studying hundreds of corporations — the researchers discovered just one ^{key} clue.

" If the top executive in a company gets a salary several times as large as the salaries paid to Number 2 a. w. , you can be pretty sure that firm is badly managed.

But if the salary levels of the four or five ~~next~~ men at the head of the ladder are all close together, then the performance and morale of the entire management group is likely to be high.

3. ^{the} Above all: what ~~at~~ activities come first? How much time must be set aside for them, no matter what "crisis" programs there are?

1 The Board cannot and must not be the governing organ that the law considers it to be. It is an organ of review, of appraisal, of appeal. Only in a crisis does it become an organ of action.

2 There are real functions which only a Board of Directors can discharge.
perform

- (1) What the company's business is and what it should be.
- (2) To give final approval to the objectives of company.
- (3) approve capital-investment and budget.
- (4) Watch the spirit of the organization

グローバル化の本質

(中央公論 2011 年 11 月号 岩井克人氏記事要約)

グリーンSPAN元FRB議長の言葉にある「百年に一度の金融危機」の原因は、資本主義の土台をなす貨幣それ自体が可能にする自由がもたらす不安定さによるものである。貨幣がもたらす自由とは何か、それは物々交換を考えるとよく解る。

貨幣があれば、欲しいモノを持っている人を見つけて、それを買うことが自由にできる、自分の持っているモノを欲しがっている人を見つければ、それを自由に売ることができる。だが一方、貨幣は、それを蓄え、増やすことが目的ということに容易に転化してしまう。この無限の欲望に衝き動かされて、貨幣を投資し、それで得た利潤も投資に回すようになる。価値の無限の増殖が自己目的化されるようになった。貨幣による価値の蓄積は、貨幣の価値の不安定さをもたらす。それが資本主義というものである。

その貨幣は、貨幣はみんなが貨幣として使うから貨幣である、という自己循環論法を生み出す。これは、物理法則でもないし、遺伝子情報にも還元できないが、しかし客観的な力を生み出す不思議な論理である。ドルの強さは、この自己循環論法であり、現在のアメリカの強さとは関係がない。

フリードマン(新古典派経済学者)の言うような効率性と安定性の一挙両得などあり得ない。効率性を求めて、資本主義を純粹化すればするほど、貨幣が生む自由が増えるが、同時に貨幣の生み出す不安定さのリスクも高まるというのが、今回の経済危機によってもたらされた資本主義の不都合な真実である。

中国の急速な成長はかつて、欧米や日本がやってきた「多くの労働者を雇い、機械工場で大規模生産を行うことで利潤を生む」産業資本主義である。実はグローバル化は、先進国における産業資本主義が行きづまり、発展途上国へ出かけて行って、そこに工場を建てようと動き回っていることなのである。

先進工業国の国内では、利潤を生み出すために、技術革新、即ち、「大量生産で儲けるから、他と違ったもので利潤を得る」という製品の差別化を行う時代となっている。

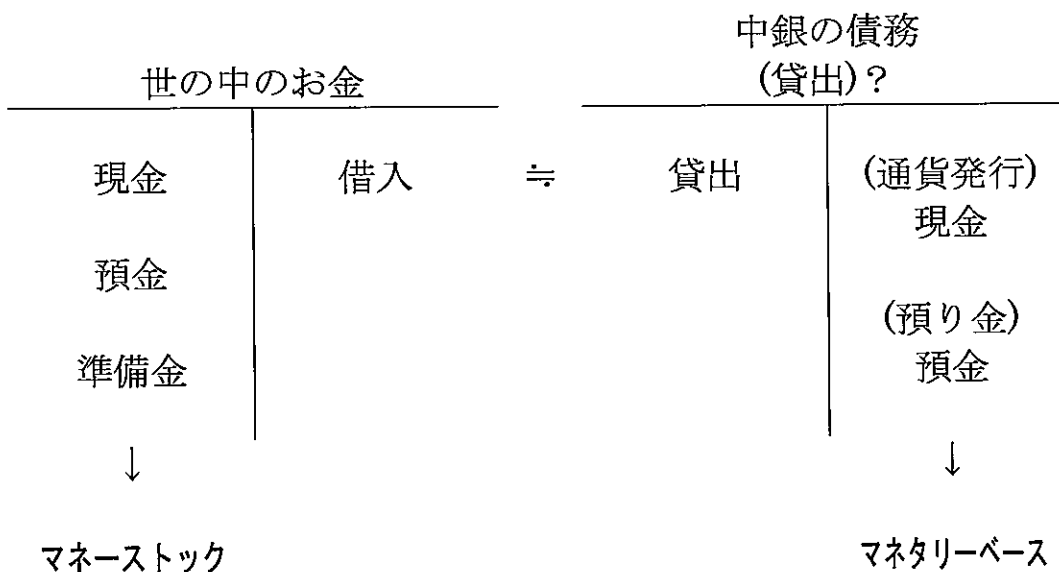
即ち、目に見える機械や工場から、目に見えない違いに変わったのである。これがポスト産業資本主義の時代であり、この時代の利益の源泉は、この細分化された見えない違いを生み出す「人間」である。

…上記の記事を読み、変化は激流のように、すべてのことを変えて行きつつあることを強く感じた。

マネタリーベース (マネーストック)
(対 GDP)

	1985	1990	2000 兆円(%)	2011	
日本	28	70	100 (100)	150 (120)	— 貨幣供給大 GDP 成長少
米国	38	55	100 (100)	450 (170)	— 貨幣供給大 インフレ
中国	25	35	100 (100)	600 (650)	— バランス 輸出競争力
ユーロ			100	250	
イギリス			100	300	

B/S



P/L

$$\frac{\text{売上} - \text{原価}}{\text{付加価値}} = \text{GDP}$$

マネーストック(A)

(マネーサプライ) *flowing*

マネタリーベース *stocking*

金融部門の非金融部門に対する
債務の合計

マネーストック(A)
 - (1)民間銀行の預金残高
 + (3)民間銀行の日銀当座残高
 (3)

(1)民間金融機関の預金
 (預り金)

↓

(2)民間の現金合計

(2)民間の現金合計
 (3)民間銀行の日銀当座預金

↓

民間の現預金残高

↓

日銀の貨幣ベースの債務
 中央銀行が民間(銀行)に供給する
 お金
 市中銀行の信用創造機能

ベクトル・行列

平成 26 年 11 月 10 日

本レジュメは、次の各書を参考にさせていただいて作成した。

(行列・ベクトル 佐藤敏明著 2003. 11 ナツメ社刊)

(実務数学講座テキストⅡ (財)実務教育研究所) (経済教養早稲田の西村和広著

(経済教養入門 岡部恒治 2006. 12. 25 新世社発行). 860. 4. 30 日本評論社刊)

I ベクトル

数を長方形や正方形に並べて、表にすると、状況 (共通点や相違点) がわかりやすい。

これを一つのものとして扱う。

(1) 行

(2) 列

(3) 成分 (2, 3)

(4) 行列 (m行×n列)

A, B, C...

(5) 数 a, b, c...

(6) スカラー 数そのもの k

(7) ベクトル 一組の数, 1列に並べた兵隊

(1) 自然数 1, 2, 3, ...

(2) 整数 自然数 (+) -1, -2, -3, ...

(3) 分数 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{2}, \dots$

(4) 有理数 整数 (+) 分数

(5) 無理数 分数で表せない

面積が 2 m^2 の一辺の長さ $\sqrt{2}, \sqrt{a}, \dots$

(6) 実数 有理数 (+) 無理数

(7) 虚数 二乗して正にならない、マイナスになる数

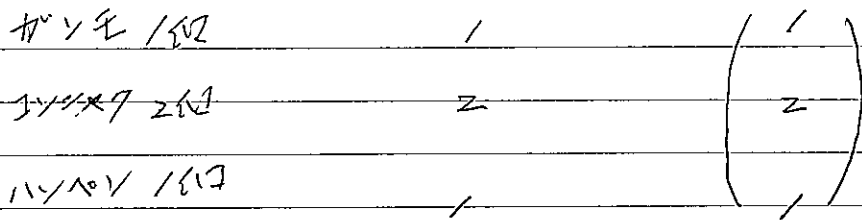
 $i^2 = -1$

(8) 複素数 実数 (+) 虚数

 $a \in A$ aは集合Aのメンバー $a \notin A$ xはメンバーでない $B \subset A$ BはAの部分集合 Contain C $A \cap B$ AとBの共通集合

1. ベクトルとは

数を 縦 あるいは 横 に並べて括弧でくくって / 組にしたものを



名称	数学	数の並び 列ベクトル
(i)	(ii)	(iii)

ベクトルは、名称(i) の単なる数学の羅列(ii) ではなく、意味のある数学の集まり(iii) となる。

2. 列ベクトル

縦に並べたもの

行ベクトル

横に並べたもの



転置

transpose T

成分

カッコ内の数

次数

カッコ内の数学の回数

スカラー

数そのもの k

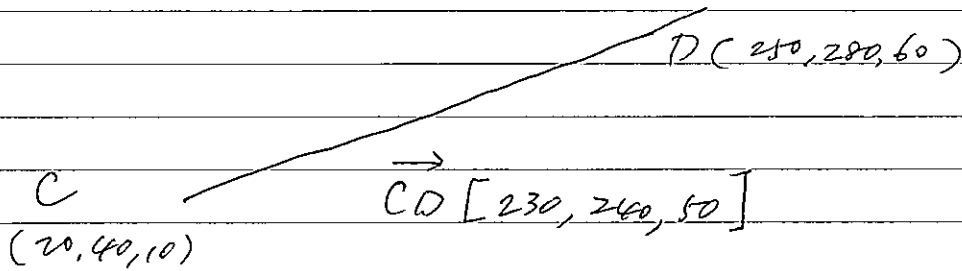
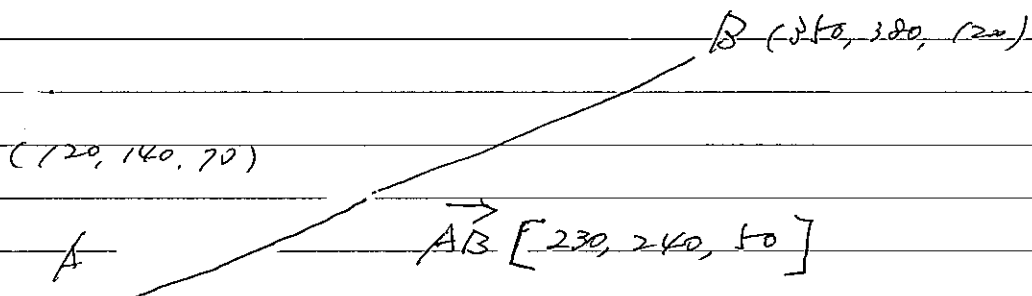
ベクトル

いくつかの数が / 組になつてゐるもの

3) 3次元空間 \vec{AB}

座標上の $A(120, 140, 70)$ から $B(350, 380, 120)$ へ
向かう矢印のことを 3次元空間 \vec{AB} とする。

A を 3次元空間 \vec{AB} の始点、 B を 3次元空間 \vec{AB} の終点とする。



$$\vec{AB} = \vec{CD}$$

4) 3次元空間の大きさ

3次元空間 \vec{a} の矢印としての長さを大きさといい、

$|\vec{a}|$ とかく。

$\vec{a} = [a, b, c]$ ならば、

$$|\vec{a}| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \quad \text{である}$$

5. 力としてのベクトル

長さや重さは、それを図る単位を定めれば、1つの数によって表わすことができる。

しかし、力は単一の数だけでは十分に表しえない。

例えば、ある物体に5gの力を加えると言っても、これだけでは5gの力で押すか、それとも引っ張るのか明確でない。

つまり力を表わすには、大きさを表わす数とともに、それが作用する向きをも表示しないと完全ではない。

(大きさ)

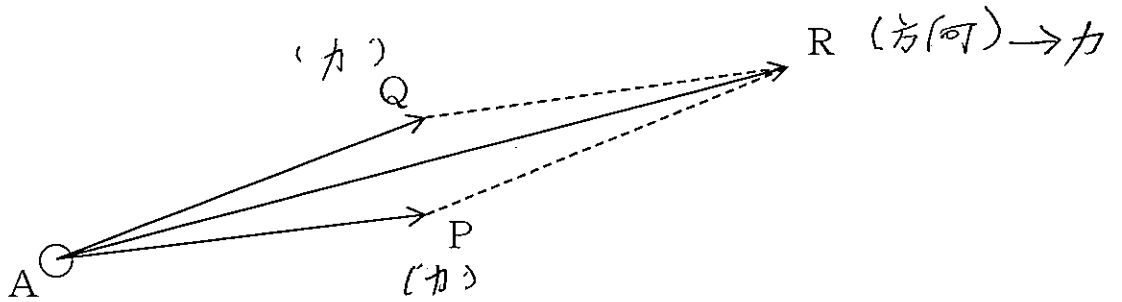
(方向)

ベクトル量 = 大きさ + 向き → 力
(大きさ) (方向)

スカラー量 = 大きさ

↓
力

矢線の長さで力の強さ (ベクトルの大きさ) を表わし、矢の向きが力の作用する向きを表す。



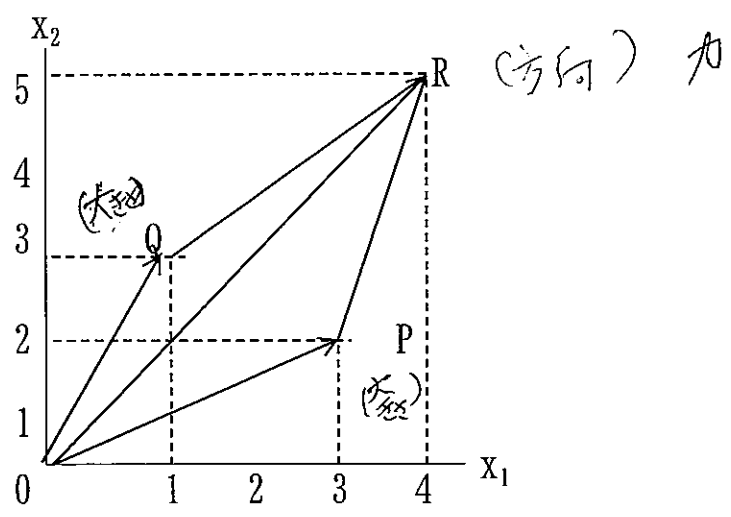
PとQという2つの力が、物体Aに作用することは、つまり物体AにRというひとつの力が作用していることになる。

6 時点 (当月末、前月末) 等の概算のレベルを較べると意味のある
A、B、C、各商品の当月末在庫を (120, 140, 70) とし、同商品の
前月末在庫を (150, 380, 120) と比較すると、その差は、

$$(150 - 120, 380 - 140, 120 - 70) = (230, 240, 50) \text{ と表す。}$$

この値に代入し、これは在庫を示し、在庫の差とを意味する。

7 線形代数 (ベクトルを代数的に扱う)



P x_1 軸で 3、 x_2 軸で 2 を $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ と表現する

Q " 1、 " 3 " $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ "

すると R が $\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ と得られる。 $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

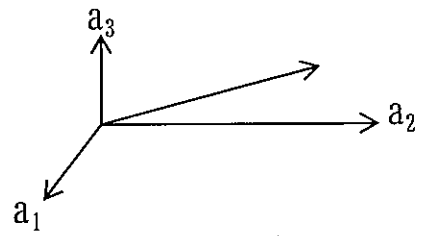
これは、2 頁の No.3 ということである。

即ち $P = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ 、 $Q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ ならば

$$R = \begin{pmatrix} p_1 + q_1 \\ p_2 + q_2 \end{pmatrix} \text{ となる。}$$

8 すなわちベクトルは、図 (グラフ) でも代数的でも計算できる。

3 次元の空間の中で矢線を考えると、それは空間内の中の矢線となる。



$$a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$$

9. 4次元以上のベクトル

現実の世界は3次元であるが、数学は現実を超えて抽象の世界へ導く。

定義1 -ベクトル-

ベクトルとは、いくつかの数を1列に並べたものを言う。
並んでいる1つ1つの数をベクトルの成分といい、並んでいる数の個数をベクトルの次元という。

定義=数学上の約束・・・守らなければならない

n次元のベクトル

$$a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$$

数学では、ベクトルは単に数が並んでいるものをいう

喫茶店のメニュー

	A店	B店	C店
	円		
コーヒー	80	70	80
ココア	70	70	70
紅茶	100	90	100
ジュース	120	100	120

A店とC店は値段に関して同等である。

定義2 -ベクトルの相等-

2つのベクトルが相等しいとは、互いに対応する成分が等しいときをいう。すなわち、2つのベクトルは、

$$a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

$a_1 = b_1, a_2 = b_2, \dots, a_n = b_n$ のとき、そのときに限り相等しいといい、 $a = b$ と書く。

10. ベクトルの計算

定義3 -ベクトルの加法-

ベクトル a 、 b が同一個数の成分をもつとき、つまり次元が等しいとき、相対応する成分の和を成分とするベクトル c を、 a と b の和といい、
 $c = a + b$ と書く。(約束する)

定義4 -ベクトルのスカラー倍-

ベクトル a を k 倍すると、ベクトル a の成分をすべて k 倍したベクトルをつくることができる。

$$a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \text{を } k \text{ 倍したベクトル } \begin{pmatrix} ka_1 \\ ka_2 \\ \vdots \\ ka_n \end{pmatrix}$$

であり、これを ka と書く。(約束する)

定義3 と定義4 を合わせるとベクトル同士の減法ができる。つまり $a - b = a + (-1)b$ である。

定義5 -ベクトルの内積-

同じ次元の2つのベクトルから、相対応する成分の積をつくり、それらすべてを合計したものをベクトルの内積という。つまり、

$$a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

であれば、 $a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n$ のことをベクトル a 、 b の内積と呼び、 (a, b) で表わす。

縦ベクトルを横ベクトルにする場合には1をつける。

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ 3 \end{pmatrix} \text{ならば、} a^1 = (1, 2, 3) \text{である。}$$

A と b の内積は

$$a^1 b = (1, 2, 3) \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 = 20 \text{ である。}$$

11. 内積

2次元空間や3次元空間の互に及ぼし合う力の表現は、内積である。

\vec{a}, \vec{d} のなす角 θ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) とするとき、

$$\vec{a} \cdot \vec{d} = |\vec{a}| |\vec{d}| \cos\theta \text{ を } \vec{a} \text{ と } \vec{d} \text{ の (内積) とする}$$

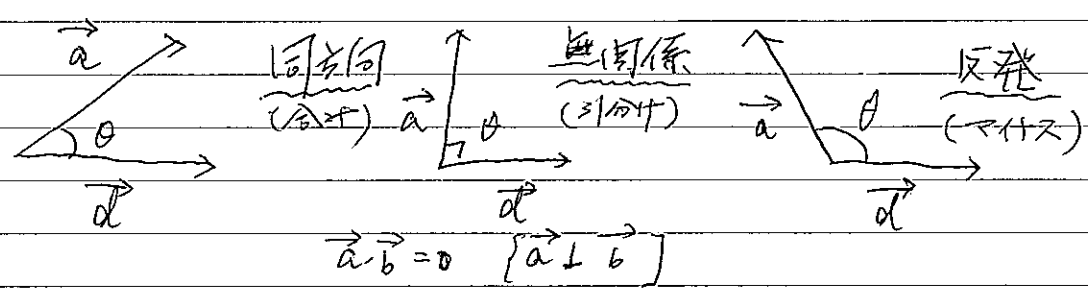
$$\cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{d}}{|\vec{a}| |\vec{d}|}$$

(内積)の性質

① $\vec{a} \cdot \vec{d} > 0 \iff 0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ (θ は鋭角)

② $\vec{a} \cdot \vec{d} = 0 \iff \theta = 90^\circ$ (θ は直角)

③ $\vec{a} \cdot \vec{d} < 0 \iff 90^\circ < \theta \leq 180^\circ$ (θ は鈍角)



(成分)の性質

$\vec{a} = [a, b, c], \vec{d} = [d, e, f]$ とする。このとき

④ $\vec{a} \cdot \vec{d} = ad + be + cf$ (成分ごとくに掛けた足す)

⑤ $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ (分配法則)

⑥ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ (交換法則)

⑦ $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$

12. 内積の応用問題

(1) 1kgの重さの異なる、それぞれ2kg, 3kg, 4kgの重さの @ の k, l, m とは
 230箱, 240箱, 50箱 ずつ入る

$$[k, l, m] \cdot [230, 240, 50] = 230k + 240l + 50m \text{ とする}$$

(2) 平面上の2点 A(2, 3), B(-3, 2) とある。点 C(-4, 9) について

$$\vec{OC} = x\vec{OA} + y\vec{OB} \text{ となる } x, y \text{ を求めよ}$$

(3) 空間のベクトル $\vec{a} = [1, k, k]$, $\vec{b} = [k, k, 1]$ (k は $k \neq 0$) の

互いに垂直になるとき

① k の値を求めよ

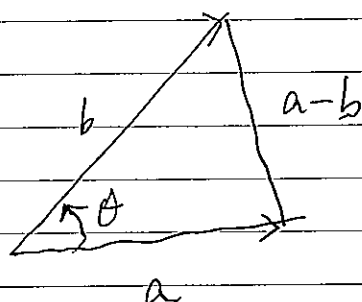
② \vec{a} と \vec{b} とは垂直、かつ $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ となる k の値を求めよ

(4) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、2つのベクトル $\vec{a} = [-2, 1, 2]$ と

$\vec{b} = [-1, 1, 0]$ のなす角度 θ の値は \square とする。

$$\text{よって } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \text{ となる } \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

14 余弦定理の導出



$$c = a - b \quad \angle C$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - (a-b)^2}{2ab}$$

$$a^2 = a_1^2 + \dots + a_n^2$$

$$b^2 = b_1^2 + \dots + b_m^2$$

$$(a-b)^2 = (a_1 - b_1)^2 + \dots + (a_n - b_m)^2$$

$$= (a_1^2 + \dots + a_n^2) - 2(a_1 b_1 + \dots + a_n b_m) + (b_1^2 + \dots + b_m^2)$$

$$\cos \theta = \frac{2(a_1 b_1 + \dots + a_n b_m)}{2|a||b|} = \frac{(a, b)}{|a||b|}$$

1. 372 経済学の消費現況は、所得制約の下で、効用を最大化
 するべく、消費者の需要を決める。

所得制約とは、財の価格を $P(p_1, \dots, p_n)$ 、財の量を $x = (x_1, \dots, x_n)$
 とするベクトル、所得 I と用いて知らせて表すと、

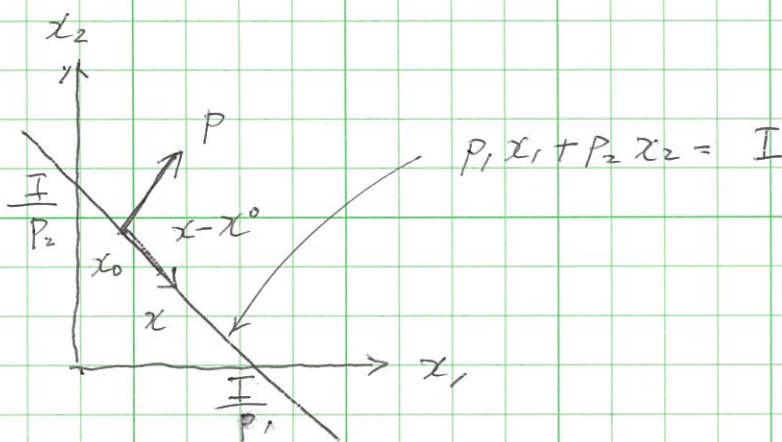
$$p_1 x_1 + \dots + p_n x_n \leq I \text{ と表す。}$$

この左辺の値は、 P と x の内積 Px である。

いま $Px = I$ を満たすベクトル x^0 が 1 つ存在すると、 $Px = I$ を満たす
 他の任意のベクトルに対して $Px = Px^0$ 、

$$\text{したがって } P(x - x^0) = 0 \text{ が成り立つ。}$$

このことは、 P (財の価格) と $x - x^0$ (財の量) が直交している
 ことを意味し、ベクトル P は、 $Px = I$ で表わされる直線 (あるいは平面)
 に直交する方向を表す。



2 企業の理論心は、生産要素 x を用いて生産物 y の生産を以て
 比喩的表現を 生産関数 $y = f(x)$ として表わす。

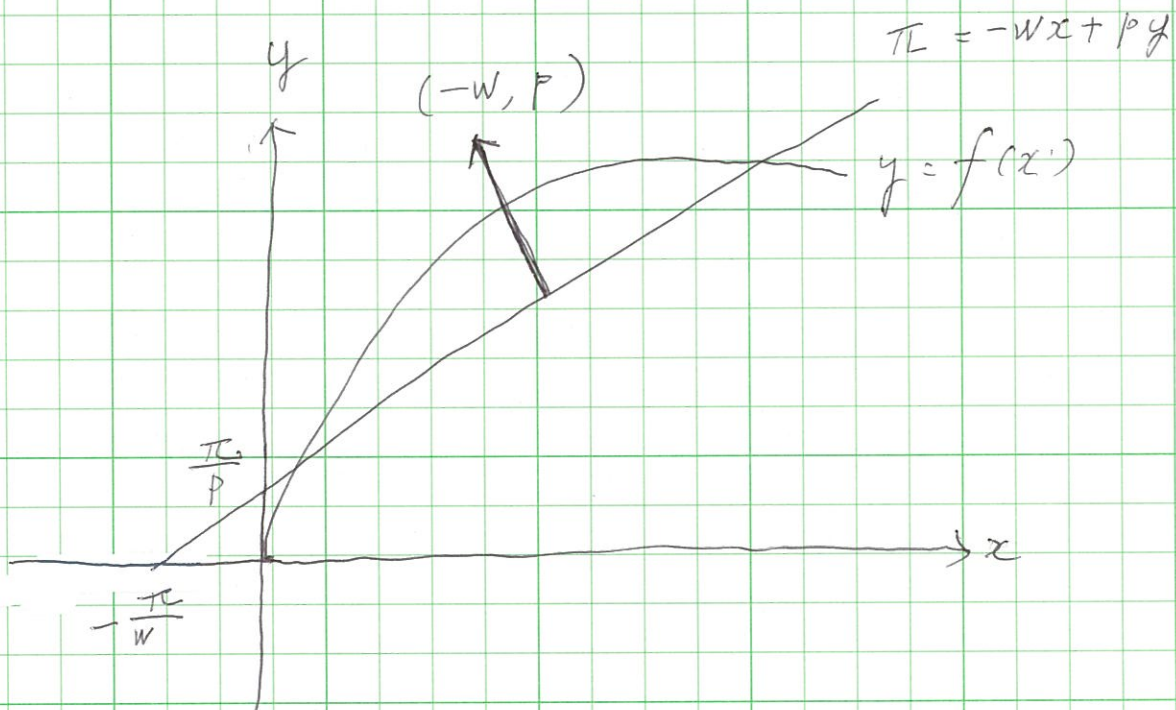
一方、生産物と生産要素の価格を p, w とすると、
 企業の利潤 π は売上 py から、費用 wx を差し引いたもので、

$$\pi = py - wx \quad \text{と表す}$$

これはベクトルの内積を用いて

$$\pi = (-w, p) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \text{と書き表わすことができる。}$$

従って、企業の利潤直線と直交するベクトル $(-w, p)$
 と存在していることがわかる。



II 行列

行列の計算

	加法 (足し算)	乗法 (かけ算)
結合法則	$(A+B)+C=A+(B+C)$	$(AB)C=A(BC)$
交換法則	$A+B=B+A$	※成立しない
分配法則	$A(B+C)=AB+AC$ $(B+C)A=BA+CA$	同左 同左
零行列 単位行列	$A+0=0+A=A$	$AE=EA=A$
和の逆元 逆行列	$A+(-A)=(-A)+A=0$	$AA^{-1}=A^{-1}A=E$

逆行列

$AA^{-1}=A^{-1}A=E$ となる A^{-1} を逆行列という。

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ の逆行列 A^{-1} は

$ad-bc \neq 0$ のとき

$$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$ad-bc=0$ のとき存在しない。

ギリシア文字

- | | | | | |
|---------------|-------------|--------------|--------------|------------------|
| α アルファ | β ベータ | γ ガンマ | δ デルタ | ϵ イプシロン |
| ζ ゼータ | η エータ | θ セータ | κ カプタ | λ ラムダ |
| μ ミュー | ν ニュー | | κ | |

1 行列

定義 6 ー行列の定義ー

$m \times n$ 個の数を、次のように方形に並べたものを行列という。

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2n} \\ \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} \cdots a_{mn} \end{pmatrix}$$

そして、横に並んだ n 個の数の組を上から第 1 行、第 2 行 \cdots 第 m 行。縦に並んだ m 個の数を左から第 1 列、第 2 列、 \cdots 第 n 列という。

定義 2 ー行列の加法ー

m 行 n 列の行列 A と、 m 行 n 列の行列 B との和、

$$C = A + B$$

A 、 B の相对应する要素の和となる。

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2n} \\ \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} \cdots a_{mn} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \cdots b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} \cdots b_{2n} \\ \vdots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} \cdots b_{mn} \end{bmatrix}$$

であれば、

$$C = A + B \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \cdots a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \cdots a_{2n} + b_{2n} \\ \vdots & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} \cdots a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix}$$

例. 対称する行と列の要素を加える。

$$A \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = A + B \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

定義 3 ー行列の乗法ー

m 行 n 列の行列 A と n 行 1 列の行列 B との積 AB は、 m 行 1 列の行列 C であり、その要素 c_{ij} が次のようなものである。

$$C_{ij} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + \cdots + a_{in} b_{nj}$$

例① A の要素 No.1 行を、 B の要素 No.1 列に乗する。

$$A \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \quad B \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$C \begin{pmatrix} 1 \times 2 + 3 \times 3 & 1 \times 1 + 3 \times 5 \\ 2 \times 2 + 4 \times 3 & 2 \times 1 + 4 \times 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 16 \\ 16 & 22 \end{pmatrix}$$

例② A の要素 No.行を、 B の要素 No.1 列に乗する。

$$A \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 1 \end{pmatrix} \quad B \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$C = AB = \begin{pmatrix} 3 \times 4 + 2 \times 5 \\ 6 \times 4 + 1 \times 5 \end{pmatrix}$$

例③ A の要素 No.1 行を、 B の要素 No.1 列に乗する。

$$A \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \quad B \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$$

$$C = AB = \begin{pmatrix} 3 \times 4 + 0 \times 6 & 3 \times 7 + 0 \times 8 \\ 1 \times 4 + 1 \times 6 & 1 \times 7 + 1 \times 8 \\ 5 \times 4 + 2 \times 6 & 5 \times 7 + 2 \times 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 21 \\ 10 & 15 \\ 32 & 51 \end{pmatrix}$$

例④ A の要素 No.1 行を、 B の要素 No.1 列に乗する。

(次に No.2) (")

(" No.1) (No.2)

(" No.2) (")

$$A \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad B \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$$

$$C = AB = \begin{pmatrix} a_{11} \times b_{11} + a_{12} \times b_{21} & a_{11} \times b_{12} + a_{12} \times b_{22} \\ a_{21} \times b_{11} + a_{22} \times b_{21} & a_{21} \times b_{12} + a_{22} \times b_{22} \end{pmatrix}$$